Вопросы к экзамену по дисциплине «Элементы математической логики» II курс

ЗНАТЬ:

1. Высказывание, определение высказывания, виды высказываний, примеры. Действия над высказываниями: конъюнкция, импликация.
2. Высказывание, определение высказывания, виды высказываний, примеры. Действия над высказываниями: дизъюнкция, эквивалентность.
3. Формулы алгебры высказываний, определение, классификация.
4. Таблица истинности, определение. Интерпретация формул алгебры высказываний, формализация высказываний, примеры.
5. Основные тавтологии (эквивалентности) алгебры высказываний (записать 12 примеров).
6. Логическое следование формул алгебры высказываний, определение, примеры.
7. Совершенные формы формул алгебры высказываний: конъюнктивная нормальная форма, совершенная конъюнктивная нормальная форма определение, примеры.
8. Совершенные формы формул алгебры высказываний: дизъюнктивная нормальная форма, совершенная дизъюнктивная нормальная форма определение, примеры.
9. Два способа получения СКНФ, СДНФ для данной формулы алгебры высказываний.
10. Минимальные нормальные формы. Карты Карно.
11. Понятие предиката, определение одноместного, n-местного предикатов. Примеры.
12. Классификации предикатов, область определения и множество истинности одноместного и n-местного предикатов.
13. Логические действия над предикатами. Примеры.
14. Кванторные операции над предикатами: квантор всеобщности для одноместного и n-местного предиката. Примеры.
15. Кванторные операции над предикатами: квантор существования для одноместного и n-местного предиката. Примеры.
16. Формулы логики предикатов. Преобразования формул логики предикатов.

УМЕТЬ:

1. Строить таблицы истинности для формул алгебры высказываний, определять вид формулы.
2. Упрощать формулы алгебры высказываний.
3. Находить СКНФ, СДНФ с помощью таблиц истинности.
4. Находить МДН, МКНФ методом карт Карно.
5. Находить ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований.
6. Определять выполнимость логического следования формул алгебры высказываний.
7. Расставлять формулы алгебры высказываний так, чтобы из каждой следовали стоящие все последующие.
8. Находить множество истинность предикатов.
9. Определять, являются ли предикаты равносильными.
10. Определять, выполняется ли логическое следование предикатов.
11. Определять логическое значения высказываний, содержащих кванторы.

Практические задания

Составить таблицу истинности для следующих формул:

1) $x \vee \bar{y}$

2) $x \wedge \bar{y}$

3) $x \to (x \vee y)$

4) $x \to (x \wedge y)$

5) $(x \vee y) \to (\bar{x} \wedge \bar{y})$

6) $x \to (y \vee z)$

7) $x \to (y \to z)$

8) $(x \to y) \to z$

9) $x \sim (y \sim z)$

10) $(x \sim y) \sim z$

11) $(x \vee (y \vee z)) \to (\bar{x} \wedge (\bar{y} \wedge \bar{z}))$

12) $(x \to \overline{(y \wedge z)}) \to (x \to (y \vee z))$

13) $(x \sim \overline{(y \vee z)}) \sim (x \sim (y \vee z))$

14) $(x \vee \bar{y}) \to ((y \wedge \bar{z}) \to (x \vee (y \sim z)))$

15) $((x \sim y) \sim ((z \to (\bar{x} \vee \bar{y})) \to \bar{z})) \sim (x \vee y)$

16) $(x \sim y) \to (((y \sim z) \to (z \sim x)) \to (x \sim z))$

Пусть x_i **(i=1,2,3…)** – символы булевских переменных (т.е. принимающих два значения: **0,1**). Построить таблицы истинности.

17) $(x_1 = x_2) \vee (x_2 = x_3)$

18) $(x_1 > x_2) \to (x_2 = x_3)$

19) $(x_1 \neq x_2) \wedge (x_2 \neq x_3)$

20) $((x_1 > x_2) \wedge (x_2 = x_3)) \to (x_2 = x_3)$

Применяя таблицы истинности, доказать тождественную истинность формул:

21) $x \sim x$

22) $x \vee \bar{x}$

23) $\overline{(x \wedge \bar{x})}$

24) $\bar{\bar{x}} \sim x$

25) $x \to (y \to x)$

26) $\bar{x} \to (x \to y)$

27) $((x \to y) \wedge x) \to y$

28) $((x \to y) \wedge \bar{y}) \to \bar{x}$

29) $((x \vee y) \wedge \bar{x}) \to y$

30) $((x \vee \vee y) \wedge x) \to y$

31) $(x \to y) \sim (y \to x)$

32) $((x \to y) \wedge (y \to z)) \to (x \to z)$

33) $(x \to (y \to z)) \to ((x \wedge y) \to z)$

34) $((x \to z) \wedge (y \to z)) \to ((x \vee y) \to z)$

35) $(x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z))$

Применяя таблицы истинности, доказать равносильность формул:

36) $x \vee y \equiv y \vee x$

37) $x \wedge y \equiv y \wedge x$

38) $x \vee (y \vee z) \equiv (x \vee y) \vee z$

39) $x \wedge (y \wedge z) \equiv (x \wedge y) \wedge z$

40) $x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \vee z)$

41) $x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)$

$$\left.\begin{array}{l} 42)\ \overline{(x \vee y)} \equiv \bar{x} \wedge \bar{y} \\ 43)\ \overline{(x \wedge y)} \equiv \bar{x} \wedge \bar{y} \end{array}\right\}$$

Законы де Моргана.

$$\left.\begin{array}{l} 44)\ x \vee x \equiv x \\ 45)\ x \wedge x \equiv x \end{array}\right\}$$

Законы идемпотентности.

46) $x \vee 0 \equiv x$

47) $x \wedge 1 \equiv x$

48) $\bar{\bar{x}} \equiv x$

49) $x \sim y \equiv y \sim x$

50) $x \sim (y \sim z) \equiv (x \sim y) \sim z$

51) $x \to y \equiv \bar{x} \vee y$

52) $x \sim y \equiv (x \to y) \wedge (y \to x)$

При записи формул принимают следующие соглашения об упрощении записи формул:

1). Операции располагаются по старшинству (от **«сильных»** к **«слабым»**) а $\rceil \wedge \vee$

2). Знак конъюнкции опускается.

Учитывая соглашения о порядке выполнения операций, опустить «лишние» скобки и знак «$\wedge$» в формулах:

53) $x \wedge (y \wedge (x \vee \bar{y}))$

54) $(x \wedge y) \vee ((y \wedge z) \vee ((\bar{x} \wedge y) \vee (x \wedge \bar{z})))$

55) $((x \vee y) \vee z) \to ((x \wedge \bar{y}) \vee z)$

56) $((x \vee y) \wedge (x \vee (y \wedge z))) \to ((\bar{x} \wedge \bar{y}) \to \bar{z}$

57) $((x \vee y) \vee (x \vee ((y \wedge (x \vee z)) \wedge (y \to z))) \sim z)$

58) $((x \vee y) \to (x \wedge y)) \vee ((\bar{x} \wedge y) \wedge (x \vee \bar{y}))$

59) $((x \vee y) \wedge z) \to (((x \wedge y) \vee z) \sim (\bar{x} \vee \bar{y}))$

60) $(x \wedge (y \vee z)) \wedge ((x \to (y \to z)) \sim (x \wedge y))$

Восстановить скобки и знак «$\wedge$» в формулах:

61) $x \vee y \to z$

62) $x \vee y \to x\,y$

63) $\overline{xy} \vee x\bar{y}\overline{(y \vee z)}$

64) $x \vee y(x\,y \vee z)$

65) $x\,y \vee x\,\bar{y}\,\bar{z} \to \bar{x} \vee y\,z$

66) $(x \to x \vee y\,z) \sim (x \vee y \to z)$

67) $(x \vee y)\,\bar{z} \to (x\,y \sim \bar{y} \vee \bar{z})$

68) $x \vee y \to x \vee y\,(x \to z) \vee x\,(y \sim z)$

69) $x\,y\,z \to (x \sim y\,z) \vee x \vee y\,(x \to (y \sim z))$

70) $x\,y \sim x(y \to z)(x \sim y) \vee x\,z \vee y\,z$

Применяя равносильные преобразования доказать следующие соотношения:

71) $x \vee y \equiv \overline{\bar{x}\,\bar{y}}$

72) $xy \equiv \overline{\bar{x} \vee \bar{y}}$

73) $x \to y \equiv \overline{x\bar{y}}$

74) $x \to y \equiv \bar{y} \to \bar{x}$

75) $x\,y \vee x\,\bar{y} \equiv x$

76) $x \vee x\,y \equiv x$

77) $x(x \vee y) \equiv x$

78) $x \vee \bar{x}\,y \equiv x \vee y$

79) $\bar{x} \vee x\,y \equiv \bar{x} \vee y$

80) $(x \to y) \to y \equiv x \vee y$

81) $(x \vee y)(x \vee \bar{y}) \equiv x$

82) $\bar{x} \vee \bar{y} \equiv y \to \bar{x}$

83) $x \sim y \equiv \bar{x} \sim$

84) $x\,y \vee \bar{x}\,y \vee \bar{x}\,\bar{y} \equiv x \to y$

85) $x \to (y \to z) \equiv (x \vee z)(y \vee z)$

86) $x \to (y \to z) \equiv y \to (x \to z)$

87) $\bar{x} \vee x\,y \vee x\,z \vee \bar{x}\,y \vee \bar{x}\,z \equiv x \to y\,z$

Применяя равносильные преобразования доказать тождественную истинность формул:

88) $x \to x \vee y$

89) $x\,y \to x$

90) $\bar{x} \to (x \to y)$

91) $(x \to y) \to (\bar{x} \vee y)$

92) $(\bar{x} \to y) \to (\bar{y} \to x)$

93) $(\bar{x} \to \bar{y}) \to (y \to x)$

94) $(x \to y) \vee (y \to x)$

95) $(x \to y) \vee (x \to \bar{y})$

96) $x \to (y \to x\,y)$

97) $(x \to y)\,x \to y$

98) $(x \to y)\,\bar{y} \to \bar{x}$

99) $(x \vee y)\,\bar{x} \to y$

100) $(x \vee\!\vee y)x \to \bar{y}$; «$\vee\!\vee$» **- альтернативная дизъюнкция.**

101) $(x \to y)(y \to z) \to (x \to z)$

102) $(x \to (y \to z)) \to (x\,y \to z)$

103) $(x \to z)(y \to z) \to (x \vee y \to z)$

104) $(x \to z) \to ((y \to z) \to (x \vee y \to z))$

Применяя равносильные преобразования, «упростить»:

105) $\overline{\bar{x}\,\bar{y}} \vee (x \to y)x$

106) $(\overline{\bar{x} \vee y} \to x \vee y)y$

107) $\overline{(x \to y)(y \to x)}$

108) $(x \vee y)(x \sim y)$

109) $(x \to y)(y \to z) \to (z \to x)$

110) $x\,z \vee x\,\bar{z} \vee y\,z \vee \bar{x}\,y\,z$

111) $\overline{xy(x \to y)}$

112) $x\,y\,(x \sim y)$

113) $(x \to \bar{y})\,(x \sim y)$

114) $(x \to \bar{y}) \vee (\overline{x \vee y})$

Следующие формулы преобразовать так, чтобы они содержали только «∧» и «⌉»

115) $x \vee y$

116) $x \to y$

117) $x \sim y$

118) $x \vee y \vee z$

119) $x \to (y \to z)$

120) $x \vee (x \sim y)$

121) $\overline{x \to y} \vee (\bar{x} \to \bar{y})$

122) $x \vee\vee y$

123) $x\,\bar{y} \to (\bar{y} \to x)$

124) $x \vee y \to (\bar{x} \to y)$

Следующие формулы преобразовать так, чтобы они содержали только «∨» и «⌉»:

125) $x\,y$

126) $x\,y\,z$

127) $x \sim y$

128) $x \vee\vee y$

129) $x\,(x \sim y)$

130) $x \sim y \sim z$

131) $(x \sim y)\,(y \sim z)$

132) $x\,y \sim x\,z$

Следующие формулы преобразовать так, чтобы знак отрицания был отнесен только к переменным высказываниям:

133) $\overline{\bar{x} \vee y}$

134) $\overline{xy \vee z}$

135) $\overline{xy \vee \bar{z}} \to \overline{xyz}$

136) $\overline{x \to (y \to z)}$

137) $\overline{(x \to y) \to (\bar{x} \to \bar{z})}$

138) $\overline{(x \sim y)(y \sim z)}$

Преобразовать формулы так, чтобы они содержали только операции «∨», «∧» и «⌉» :

139) $x \sim y$

140) $(x \to y) \sim (y \to z)$

141) $(x \sim y) \to (y \to z)$

142) $(x \sim y) \to (y \sim z)$

143) $(x \sim y)(y \sim z) \to (x \sim z)$

144) $((x \sim y) \vee (y \sim z)) \to (x \sim y \sim z)$

145) $x \sim y \sim z \sim v$

146) $(x \to y) \sim (z \to (x \sim \bar{z}))$

Найти двойственные формулы:

147) $x(\bar{y} \vee z)$

148) $x y \vee x z$

149) $\overline{(x \vee y)}(x \vee \overline{yz})$

150) $(x y \vee y z \vee z v)\overline{(x \vee y \vee z)}$

151) $x(y \vee z\overline{(x \vee y)})$

152) $\overline{xyz} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}yz$

153) $((x \vee y)\overline{(x \vee z)} \vee x y) \vee (\overline{(x \vee y)z} \vee x)$

154) $x y(\overline{yz} \vee x y z\overline{(xz \vee yz)} \vee \overline{xy})(x \vee y \vee z)$

Применить закон двойственности к следующим равносильностям:

155) $x x \equiv x$

156) $x \vee 0 \equiv x$

157) $x y \equiv y x$

158) $x \vee (y \vee z) \equiv (x \vee y) \vee z$

159) $\overline{xy} \equiv \bar{x} \vee \bar{y}$

160) $x (x \vee y) \equiv x$

161) $x \vee \bar{x} y \equiv x \vee y$

162) $x \vee x y \vee y z \vee \bar{x} z \equiv x \vee z$

Привести к дизъюнктивной нормальной форме (**ДНФ**):

163) $x \to (y \to z)$

164) $\bar{x}\bar{y} \vee (x \to y)$

165) $(x \vee y \vee z)(x \to y)$

166) $(x \vee y)(y \vee z) \to (x \vee z)$

167) $x \sim y$

168) $x \vee \vee y$

169) $x \sim y \sim z$

170) $(x \to y) \sim \overline{(x \to (y \to z))}$

171) $(x \sim y)(y \sim z) \to (x \sim z)$

172) $(x \sim y)(y \sim z)(z \sim x)$

Привести к конъюнктивной нормальной форме (**КНФ**):

173) $x \vee yz$

174) $xy \vee yz \vee \bar{z}$

175) $x \vee yz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

176) $x \to yz$

177) $x \to yzv$

178) $x \sim yz$

179) $xy \sim \bar{x}\bar{y}$

180) $x \sim y \sim z$

181) $x \vee y \sim x \sim z$

182) $x \vee \vee (y \vee \vee z)$.

Приведением к нормальной форме выяснить, какие из формул являются тождественно истинными, тождественно ложными, выполнимы:

183) $xy \to x \vee y$

184) $x \vee y \to xy$

185) $\bar{x}y \to x\bar{y}$

186) $(x \to y)x \to x \vee y \vee z$

187) $x \vee y \to x \vee z$

188) $(x \to y) \to (\bar{y} \to \bar{x})$

189) $(x \to z) \to ((y \to z) \to ((x \vee y) \to z))$

190) $\bar{x}yz \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

191) $xy \vee \bar{x}\bar{y} \sim (x \vee y)(\bar{x} \vee \bar{y})$

Для каждой из следующих формул найти дизъюнктивное и конъюктивное разложение:

192) $x \vee y$

193) xy

194) $x \to y$

195) $x \sim y$

196) $x \vee \vee y$

197) $x \to (y \to x)$

198) $\bar{x}y\overline{(x \to y)}$

199) $x \vee y \to z$

200) $xy \to z$

Привести к совершенной **ДНФ (СДНФ)** следующие формулы:

201) $\bar{x} \vee \bar{y}$

202) $(\bar{x} \to y) \to x$

203) $x \to (y \to x)$

204) $x \to (y \to z)$

205) $(x \to y)(y \to z) \to (x \to z)$

206) $(x \to y)(y \to z)(z \to x)$

207) $(x \vee y)(y \vee z)(z \sim x)$

208) $(x \to y)(y \to z)(z \to v)$

Привести к совершенной **КНФ (СКНФ)** следующие формулы:

209) $(x \to y) \to x \vee \bar{y}$

210) $\bar{x}\bar{y}$

211) $x\bar{y}(x \to y)$

212) $x \to yz$

213) xyz

214) $(x \vee y)(y \to z)(z \sim x)$

215) $x \vee y \to (x \to z)$

216) $((x \to y) \sim (y \to \bar{x}))z$

217) $x \vee y \vee z \to (x \vee y)z$ **218)** $xy \to zv$

Приведением к совершенным нормальным формам доказать не равносильность следующих формул:

219) $x \vee y$ и $x \to y$

220) $x \to y$ и $x \sim y$

221) $x \vee y$ и $x \vee \vee y$

222) $x \to (y \to z)$ и $(x \to y) \to z$

223) $xy \vee z$ и $x(y \vee z)$

224) $(x \to y) \vee z$ и $(x \vee y) \to z$

225) $(x \to y)z$ и $xy \to z$

226) $(x \to y) \sim z$ и $(x \sim y) \to z$

227) $(x \vee y) \sim z$ и $(x \sim y) \vee z$

228) $xy \sim z$ и $(x \sim y)z$

Следующие формулы разложить по переменным **x, y, z**:

229) xy **230)** $x \vee y$ **231)** x

232) $(x \vee y)(\bar{x} \vee \bar{y})$ **233)** $xy \vee \bar{x}y \vee \overline{xy}$

Выяснить, является ли первая формула логическим следствием остальных:

234) y; $x \to y, x$

235) x; $x \to y, y$

236) $\bar{x}$; $x \to y, \bar{y}$

237) $\bar{y}$ $x \to y, \bar{x}$

238) y; $x \vee y, \bar{x}$

239) $\bar{y}$; $x \vee \vee y, x$

240) $x \to z$; $x \to y, y \to z$

241) $(x \vee y) \to z$; $x \to z, y \to z$

242) $z \to x$; $x \to y, \bar{y} \to \bar{z}$

243) $x \vee y$; $x \to y, \bar{x} \to \bar{y}, \bar{x} \vee \bar{y}$

244) $\bar{x}$; $x \sim y, y \vee \bar{z}, z$

245) z; $x \to y, \bar{y} \vee z, x$

246) $\bar{y} \vee \bar{z}$; $x \vee \bar{z}, y \to xz, x$

247) $x \to y; x \to y, \bar{x}, z$

248) $\bar{z} \to \bar{x}; x \to y, xy, \bar{z} \to \bar{y}$

249) $x \vee t; x \to y, y \to \bar{z}, x \vee z \to yt$

250) $xt; x \to z, \bar{y} \to \bar{z}, z \to y \vee t, z \vee t$

Найти все (с точностью до равносильности) логические следствия из посылок:

251) $x, x \to y$ **252)** $\bar{x}, x \sim y$

253) $x, \bar{y}, x \vee y$ **254)** $x \to (y \to z), y \to z$

255) $x \to (y \to z), y \to \bar{z}$ **256)** $x \to y, y \to z$

257) $x \vee y, y \vee z, z \vee x$

258) $x, x \vee y, x \vee y \vee z$

259) $x \to (y \to (z \to t)), x \to (y \to z)$

260) $x \to (y \to z), y \to (z \to t)$

Найти все (с точностью до равносильности) посылки, логическим следствием которых являются формулы:

261) xy

262) $x \sim y$

263) $x \vee y$

264) $x \to y$

265) $x \vee y \to xy$

266) xyz

267) $(x \vee y)z$

268) $(x \to y)z$

269) $x \to yz$

270) $x \to (y \to \overline{z})$

Докажите правильность умозаключений:

271) $$\begin{array}{c} a \to b \\ a \\ \hline b \end{array}$$

272) $$\begin{array}{c} a \to b \\ \overline{b} \\ \hline \overline{a} \end{array}$$

273) $$\begin{array}{c} a \vee b \\ \overline{a} \\ \hline b \end{array}$$

274) $$\begin{array}{c} a \vee \vee b \\ a \\ \hline \overline{b} \end{array}$$

275) $$\begin{array}{c} a \vee \vee b \\ \overline{a} \\ \hline b \end{array}$$

276) $$\begin{array}{c} a \to b \\ b \to c \\ \hline a \to c \end{array}$$

277) $$\begin{array}{c} a \to b \\ b \to c \\ a \\ \hline c \end{array}$$

278) $$\begin{array}{c} a \to b \\ b \to c \\ \overline{c} \\ \hline \overline{a} \end{array}$$

279) $$\begin{array}{c} a \vee b \\ a \to b \\ \hline b \end{array}$$

280) $$\begin{array}{c} a \vee \vee b \\ a \to b \\ \hline b \end{array}$$

281) $$\begin{array}{c} a \vee \vee b \\ b \vee \vee c \\ \hline a \to c \end{array}$$

282) $$\begin{array}{c} a \to b \\ b \to c \\ c \to a \\ \hline a \to bc \end{array}$$

Выяснить, правильны ли следующие умозаключения:

283) $$\begin{array}{c} a \to b \\ b \\ \hline a \end{array}$$

284) $$\begin{array}{c} a \to b \\ \overline{a} \\ \hline \overline{b} \end{array}$$

285) $a \to b$

286) $a \to b$

$$\frac{\bar{a} \to b}{a \sim b} \qquad \frac{\bar{b} \to \bar{a}}{a \sim b}$$

287) $$\frac{\begin{array}{c} a \to b \\ a \vee b \end{array}}{a}$$

288) $$\frac{\begin{array}{c} a \to b \\ b \to a \\ a \vee b \end{array}}{ab}$$

289) $$\frac{\begin{array}{c} a \to (b \to c) \\ (a \to b) \to c \end{array}}{b \to c}$$

290) $$\frac{\begin{array}{c} a \to (b \to c) \\ (a \to b) \to c \end{array}}{a \to c}$$

291) $$\frac{\begin{array}{c} a \to bc \\ b \to ca \\ c \to ab \\ a \vee b \vee c \end{array}}{abc}$$

292) $$\frac{\begin{array}{c} a \vee b \to c \\ b \vee c \to a \\ c \vee a \to b \\ a \vee b \vee c \end{array}}{abc}$$

II.ПРЕДИКАТЫ И КВАНТОРЫ.

§1. ПРИМЕРЫ ПРЕДИКАТОВ. ОБЛАСТЬ ИСТИННОСТИ ПРЕДИКАТА. КВАНТОРЫ. СВОБОДНЫЕ И СВЯЗАННЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ.

310) Какие из следующих предложений являютсе предикатами?

1) **x** делится на 3. $(x \in N)$

2) **x** делится на 5.

3) $y = x^2$ $(x \in R)$

4) $x^2 + x + 1$ $(x \in R)$

5) $x^2 + y^2 = 0$ $(x, y \in R)$

6) $x^2 + y^2 \geq 0$ $(x, y \in R)$

7) $x^2 + y^2 = z$ $(x, y, z \in R)$

8) $x < y$ $(x, y \in R)$

9) Для всякого $x \in R$ найдётся $y \in R$ такой,что $x = y + 1$.

10) $x^2 + y^2 < -2$ $(x, y \in R)$

311) Какие из предикатов п.310 тождественно истинны,тождественно ложны,выполнимы?

312) Выделить свободные переменные следующих предикатов:

1) $\forall x(x - y = x + (-y))$
2) $(x < y) \to \exists z((x < z) \wedge (z < y)$
3) $\forall y((y > 0) \to \exists z(x = yz))$
4) $\forall x(\exists y p(x, y) \to v(x, y, z))$
5) $\exists u \forall v \Phi(u, v) \to \exists t \Phi(t, v)$

313) Из предикатов примера 310 образовать с помощью кванторов высказывания, найти их значения истинности.

§ 2. ОСНОВНЫЕ РАВНОСИЛЬНОСТИ, СОДЕРЖАЩИЕ КВАНТОРЫ. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГЕБРЫ ПРЕДИКАТОВ К АНАЛИЗУ МАТЕМАТИЧЕСКИХ УТВЕРЖДЕНИЙ.

314) Доказать следующие равносильности:

1) $\overline{\forall x P(x)} \equiv \exists x \overline{P(x)}$
2) $\overline{\exists x P(x)} \equiv \forall x \overline{P(x)}$
3) $\forall x \forall y P(x, y) \equiv \forall y \forall x P(x, y)$
4) $\exists x \exists y P(x, y) \equiv \exists y \exists x P(x, y)$
5) $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$
6) $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$
7) $\exists x \forall y P(x, y) \to \forall y \exists x P(x, y) \equiv 1$
8) $\forall x (P(x) \vee Q(y)) \equiv \forall x P(x) \vee Q(y)$
9) $\exists x (P(x) \wedge Q(y)) \equiv \exists x P(x) \wedge Q(y)$

315) Ввести необходимые предикаты и с помощью кванторов записать следующие определения, с помощью законов де Моргана получить их отрицания:

1) Определение предела часовой последовательности.
2) Определение фундаментальной по Коши последовательности.
3) Определение предела функции в точке.
4) Определение непрерывности функции в точке.
5) Определение непрерывной на интервале функции.
6) Определение равномерно непрерывной на интервале функции.

Почему из равномерной непрерывности на **(a, b)** следует непрерывность функции **(a, b)**?

316) Доказать, что существуют предикаты **Ф** и **Р** такие, что:

1) $\forall x (\Phi(x) \vee P(x)) \not\equiv \forall x \Phi(x) \vee \forall x P(x)$
2) $\exists x (\Phi(x) \wedge P(x)) \not\equiv \exists x \Phi(x) \wedge \exists x P(x)$
3) $\forall y \exists x \mathrm{P}(x, y) \to \exists x \forall y \mathrm{P}(x, y) \not\equiv 1$

317) Какие из следующих формул тождественно истины?

1) $\forall x (\Phi(x) \to P(x)) \to (\forall x \Phi(x) \to \forall x P(x))$
2) $\forall x (\Phi(x) \to P(x)) \to (\exists x \Phi(x) \to \exists x P(x))$
3) $\exists x (\Phi(x) \to P(x)) \to (\forall x \Phi(x) \to \forall x P(x))$
4) $\exists x (\Phi(x) \to P(x)) \sim (\forall x \Phi(x) \to \exists x P(x))$
5) $\forall x (\Phi(x) \to P(x)) \sim (\exists x \Phi(x) \to \forall x P(x))$