

БАЗА ЗАДАЧ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

Содержание:

1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА.....	2
2. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ И МАТРИЦЫ.....	4
3. ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ.....	7
4. ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.....	9
5. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ.....	12
6. ВЕКТОРЫ НА ПЛОСКОСТИ.....	17

ТЕМА 1: КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1. Найдите сумму и произведение комплексных чисел z_1 и z_2 , если:

1.1 $z_1 = 5 + 4i, z_2 = -2 + 3i$

1.2 $z_1 = 0,5 - 3,2i, z_2 = 1,5 - 0,8i$

1.3 $z_1 = -8 - 7i, z_2 = -3i$

1.4 $z_1 = 5 + \sqrt{3}i, z_2 = 5 - \sqrt{3}i$

2. Найдите разность и частное комплексных чисел z_1 и z_2 , если:

2.1. $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - i$

2.2. $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 5$

2.3. $z_1 = -1 + \sqrt{3}i, z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{6}i$

3. Вычислите:

3.1. $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}i\right) - \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}i\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}i\right)$

3.2. $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$

3.3. $2i\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

3.4. $\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2i}\right)^2$

3.5. $i^{13} + i^{14} + i^{15} + i^{16}$

4. Найдите действительную часть комплексного числа:

4.1. $\frac{(1+2i)^3}{i} + i^{19}$

4.2. $\frac{5+2i}{2-5i} - \frac{3-4i}{4+3i} + \frac{1}{i}$

5. Найдите мнимую часть комплексного числа:

5.1. $(2 - i)^3(2 + 11i)$

5.2. $\frac{2-3i}{1+4i} + i^6$

6. Решите уравнение:

6.1. $x^2 + 25 = 0$

6.2. $t^2 - 2t + 5 = 0$

6.3. $5x^2 + 2x + 2 = 0$

6.4. $x^2 - 6x + 16 = 0$

7. Запишите комплексное число в алгебраической форме:

7.1. $z = \frac{\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)^3}{2i}$

7.2. $z = \left(\frac{i}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{12}$

$$7.3.z = \left(\frac{i^8 + \sqrt{3}i^5}{4}\right)^5$$

8. Запишите комплексное число в тригонометрической форме:

$$8.1.z = (\sqrt{3} - i)^{100}$$

$$8.2.z = \left(\frac{\sqrt{3}i+1}{i-1}\right)^6$$

9. Вычислите:

$$9.1.\sqrt{-i}$$

$$9.2.\sqrt[3]{-1}$$

$$9.3.\sqrt[3]{8i}$$

$$9.4.\sqrt[5]{1}$$

ТЕМА 2: ОПРЕДЕЛИТЕЛИ И МАТРИЦЫ

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -5 \\ 3 & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & -7 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

Найдите: 1) $A + 2B - 3C$ 2) $AB + BA$ 3) $A(B + C)$ 4) $C:A$

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 5 & -11 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \\ 2 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

Найдите: 1) $A + 2B - 3C$ 2) $AB + BA$ 3) $A(B + C)$ 4) $C:A$

3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 12 & 4 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & -11 & 0 \\ 5 & 4 & 3 \\ 0 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

Найдите: 1) $A + 2B - 3C$ 2) $AB + BA$ 3) $A(B + C)$ 4) $C:A$

4. Вычислите определитель матрицы путем разложения по элементам какой-либо строки или столбца

4.1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 9 & 2 \\ -7 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4.2. $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 7 & 2 \\ 13 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4.3. $\begin{pmatrix} 0 & 7 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 4 & -3 \\ 1 & -1 & 9 & 2 \\ -7 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4.4. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 9 & 1 \\ -7 & 6 & 6 & 0 \end{pmatrix}$

4.5. $\begin{pmatrix} -9 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 0 & 2 \\ -7 & 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

5. Вычислить определитель третьего порядка

5.1. $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -4 & 2 & 4 \\ 2 & -11 & 4 \end{pmatrix}$

$$5.2. \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & -5 & 6 \\ 4 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$5.3. \begin{pmatrix} 13 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$5.4. \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 3 & 12 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$5.5. \begin{pmatrix} 9 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5.6. \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 8 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$5.7. \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 12 & 4 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

$$5.8. \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5.9. \begin{pmatrix} 3 & -11 & 0 \\ 5 & 4 & 3 \\ 0 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему линейных уравнений методом Крамера и матричным методом:

$$6.1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$6.2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$$

$$6.3. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$6.4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса, если она несовместна найти общее и частное решение:

$$7.1. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -7 \\ x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 5 \\ 5x_1 + 5x_2 - 15x_3 = 8 \end{cases}$$

$$7.2. \begin{cases} x_1 - 10x_2 + x_3 = -5 \\ -10x_1 + x_2 - 7x_3 = 5 \\ 4x_1 - 7x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

$$7.3. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -7 \\ x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 5 \\ 5x_1 + 5x_2 - 15x_3 = 8 \end{cases}$$

$$7.4. \begin{cases} x_1 - 10x_2 + x_3 = -5 \\ -10x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 5 \\ 4x_1 - 7x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

$$7.5. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 3,5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4,5 \\ 6x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$$

$$7.6. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6,5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 7,5 \\ 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 9 \end{cases}$$

8. Решить матричное уравнение $AX + B = 2C$

$$1.1 \ A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1.2 \ A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

ТЕМА 3: ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

1. Вычислить предел функции:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{3(x^2 - 8x + 15)}$$

$$1.2 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{1+x^2} - x \right)$$

$$1.3 \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1-x}{2x}}$$

$$1.4 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$$

$$1.5 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 5x + 6}$$

$$1.6 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 5x + 6}{3(x^2 - x + 15)}$$

$$1.7 \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

$$1.8 \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1-x}{2x}}$$

$$1.9 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x-2}$$

$$1.10 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 8x + 15}$$

$$1.11 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x}{1+x^2}$$

$$1.12 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x - 6}{3x^2 - 8x + 15}$$

$$1.13 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 5x - 6}{4x^2 - 8x + 15}$$

$$1.14 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x-1}$$

$$1.15 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg 2x}{sin 5x}$$

$$1.16 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x-4}$$

$$1.17 \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

$$1.18 \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x(x-2)^2} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right)$$

$$1.19 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$$

$$1.20 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$$

$$1.21 \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{\frac{2}{x} - 1}$$

$$1.22 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{2x^2}$$

2. Изобразить график функции, исследовать на непрерывность с помощью понятия предела и указать, разрыв какого рода имеет функция:

$$2.1. f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0 \\ 5, & x = 0 \\ 2x - 2, & x < 0 \end{cases}$$

$$2.2. \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$$

$$2.3. \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & x > 1 \\ 3, & x = 1 \\ 2x + 2, & x < 1 \end{cases}$$

$$2.4. \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x > 2 \\ 1, & x = 2 \\ x - 2, & x < 2 \end{cases}$$

ТЕМА 4: ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

1. Вычислить производную функции:

$$1.1 y = 3x^4 - \frac{3}{x^2} - \sqrt[3]{x} + 6$$

$$1.2 y = 3\cos x \cdot (2x^2 + 1)$$

$$1.3 y = \frac{1 - \sin x}{(3x + 1)^2}$$

$$1.4 y = 3x^4 - \frac{1}{x^2} - \sqrt[3]{x^2} + 6x$$

$$1.5 y = 3\sqrt{x} \operatorname{tg} x$$

$$1.6 y = \frac{x}{(3x + 1)^2}$$

$$1.7 y = 3\ln x - \frac{5}{2x^2} - \sqrt[3]{x} + 6x$$

$$1.8 y = \sin x \cdot (2x^2 + 1)$$

$$1.9 y = \frac{\sin x + x^2}{x} - \sqrt{x}(2x + 1) - 5x + 2$$

2. Найдите производную сложной функции:

$$2.1. y = (2x + 3)^5$$

$$2.2. y = y = \sin(5x + 6)$$

$$2.3. y = \cos(8x^3 - 2)$$

$$2.4. y = \ln(8 - 3x)$$

$$2.5. y = (6x + 2)^3 \cdot (2x - 8)$$

$$2.6. y = 3 - 9 \sin(5 - x)$$

$$2.7. y = \sqrt{2x + 1}$$

$$2.8. y = \sqrt[3]{6x - 1}$$

$$2.9. y = \frac{1}{\sqrt{8 - 2x^2}}$$

$$2.10. y = 3x^2 + \sqrt[3]{(2x - 1)^2}$$

$$2.11. y = 3 \sin(x^2 + 1)$$

$$2.12. y = y = \cos^3 x$$

$$2.13. y = \sin^2(3x)$$

$$2.14. y = 2x^2 + \operatorname{tg} 5x$$

$$2.15. y = \sin^2(3x + 1)$$

$$2.16. y = \cos^2(7 - 2x)$$

$$2.17. y = (3x + 5)^7$$

$$2.18. y = \sin(8x - 9)$$

$$2.19. y = 2 \cos(x^2 + 5)$$

$$2.20. y = \operatorname{tg}(4x - x^3)$$

$$2.21. y = (2x - 4x^3)^3$$

$$2.22. y = 2\sin^2(3x - 1)$$

$$2.23. y = \ln^2(4 - 2x^2)$$

$$2.24. y = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$$

$$2.25. y = \frac{1}{x^2 + 5x + 1}$$

$$2.26. y = \lg(3x^2 + 2x + 4)$$

3. Найдите производную функции, используя метод логарифмического дифференцирования:

$$3.1. y = x^{\operatorname{arctg} x}$$

$$3.2. y = (x^2 + 1)^{\sqrt{x}}$$

$$3.3. y = x^{\sin x}$$

$$3.4. y = (\sin x)^{\sqrt{x} + 1}$$

$$3.5. y = \frac{e^{x \cdot (x+4)^4}}{\sqrt{5x-1}}$$

$$3.6. y = 3^x \cdot x^5 \cdot \sqrt{x^4 + x}$$

$$3.7. y = (\sin 3x)^{\cos 5x}$$

$$3.8. y = (x^3 + 1)^{\operatorname{tg} 2x}$$

$$3.9. y = x \cdot \sin 7x \cdot \operatorname{tg}^2 x$$

4. Найдите предел, используя правило Лопиталья:

$$4.1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 - 2x^2 - 1}$$

$$4.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

$$4.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{\sin^3 x}$$

$$4.4. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x^3} - \frac{1}{1-x^2} \right)$$

$$4.5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}}{\ln(x-2)}$$

$$4.6. \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$$

$$4.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 2x}$$

$$4.8. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$$

$$4.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{\sin^3 x}$$

$$4.10. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x^3} - \frac{1}{1-x^2} \right)$$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанном промежутке:

$$5.1. f(x) = x^4 - 8x^2 + 3, [-2; 2]$$

$$5.2. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3, [-1; 2]$$

- 5.3. $f(x) = x + \sqrt{x}$, $[0; 4]$
 5.4. $y = (12 - x) \cdot \sqrt{x}$, $[1; 9]$
 5.5. $y = \frac{x+4}{\sqrt{x}}$, $[1; 9]$
 5.6. $y = (x - 1)^2 \cdot (x - 4)$, $[0; 2]$
 5.7.

6. Найти интервалы выпуклости, точки перегиба и значение функции в точках перегиба:

- 6.1. $f(x) = x^3 - 12x^2 + 3x$
 6.2. $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{3}x^3 + 4x^2$
 6.3. $f(x) = \frac{5}{12}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{9}{2}x^2$
 6.4. $f(x) = \sqrt[5]{x^3} + x$
 6.5. $f(x) = -x^3 + 3x^2$

7. Исследовать функцию на монотонность и экстремумы:

- 7.1. $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x - 19$
 7.2. $y = -\frac{2x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 2x - 10$
 7.3. $y = -x^3 - 4x^2 + 3x + 16$
 7.4.

8. Решить задачу:

- 8.1. Точка движется прямолинейно по закону: $s(t) = 2t^3 - 3t + 5$. Найти скорость и ускорение точки через 2 секунды после начала движения
 8.2. Точка движется прямолинейно по закону: $s(t) = 2t^3 - 4t$. В какой момент времени тело находится в состоянии покоя.
 8.3. Точка движется прямолинейно по закону: $s(t) = t^3 - \frac{2}{t} + 5t$. Найти скорость и ускорение точки через 1 секунду после начала движения.

ТЕМА 5: ОПРЕДЕЛЕННЫЙ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

1. Вычислить неопределенный интеграл:

$$1.1 \int (x^2 - 3x + 2) dx$$

$$1.2 \int \left(3x^{\frac{2}{5}} - 6x^2 - \frac{1}{x} \right) dx$$

$$1.3 \int (5x^3 - 2x^2 + 3x - 8) dx$$

$$1.4 \int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}) dx$$

$$1.5 \int \left(\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x^4} + 2 \right) dx$$

$$1.6 \int (2x + 4)^2 dx$$

$$1.7 \int x(2x + 3) dx$$

$$1.8 \int x^2 \cdot (x - 2)^2 dx$$

$$1.9 \int \frac{6x^2 - 8x + 1}{x} dx$$

$$1.10 \int \frac{3\sqrt{x} - 5x + 3}{x^2} dx$$

$$1.11 \int \frac{6\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} - 1}{\sqrt{x}} dx$$

$$1.12 \int \frac{3}{\sqrt{x}} dx$$

$$1.13 \int \frac{6-x}{\sqrt{x}} dx$$

$$1.14 \int \left(x^{-5} + \frac{3}{x^2} - 2x \right) dx$$

$$1.15 \int \left(3\sqrt{x} - \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + \sqrt[3]{x} \right) dx$$

$$1.16 \int \frac{3x^3 - 2x^2 + 5x}{2x} dx$$

$$1.17 \int (5x^2 + e^x) dx$$

$$1.18 \int (x^3 + 2^x) dx$$

$$1.19 \int \left(x^2 - 2x + \frac{4}{5\sqrt{x}} - 1 \right) dx$$

$$1.20 \int (2 \sin x + 3 \cos x) dx$$

$$1.21 \int \frac{3 dx}{\cos^2 x}$$

$$1.22 \int \left(5 - 2x - \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx$$

$$1.23 \int \frac{2\sqrt{x} - 4x + 3\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$1.24 \int \sin(2x + 1) dx$$

$$1.25 \int \cos(3 - 4x) dx$$

$$1.26 \int \frac{2}{3} \sin(4x - 1) dx$$

$$1.27 \int 3\sqrt{6x - 7} dx$$

- 1.28 $\int \sqrt{5-9x} dx$
 1.29 $\int \sqrt[3]{(4x-1)} dx$
 1.30 $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x}}$
 1.31 $\int \frac{2dx}{\sin^2(3x+1)}$
 1.32 $\int \frac{dx}{x}$
 1.33 $\int \frac{3dx}{2x}$
 1.34 $\int \frac{dx}{2x+8}$
 1.35 $\int \frac{2dx}{7x+1}$
 1.36 $\int (6x - 8x^2 + 2\sqrt{x} + 1) dx$
 1.37 $\int \frac{3\sqrt[5]{x-2x+6}}{\sqrt{x}} dx$
 1.38 $\int (\sin(4x + 2) + x) dx$
 1.39 $\int \left(8x^2 + 2\sqrt[3]{x^4} + \frac{1}{x}\right) dx$
 1.40 $\int \frac{3\sqrt[5]{x-x^2+6x}}{\sqrt{x}} dx$
 1.41 $\int \frac{dx}{\cos^2(2-5x)}$
 1.42 $\int \left(8x^2 + 2\sqrt[3]{x^4} + \frac{1}{x}\right) dx$
 1.43 $\int \frac{3\sqrt[5]{x-x^2+6x}}{\sqrt{x}} dx$
 1.44 $\int \frac{dx}{3\cos^2(2x-1)}$

1.45

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

- 2.1. $y = x^2 - 2x + 2, x = -1, x = 2, y = 0$
 2.2. $y = -x^2 + 4, y = 0$
 2.3. $y = \frac{1}{x}, y = 0, x = 1, x = 3$
 2.4. $y = x^2, y = 2x$
 2.5. $y = 8 + 2x - x^2, y = x + 6$
 2.6. $y = x^2, y = 2x^2 - 1$
 2.7. $4y = x + 2, y = 3 - x$
 2.8. $x - 2y + 4 = 0, 3x + 2y - 12 = 0, y = 0$
 2.9. $y = 1 + \sin x, y = 0, x = 0, x = 2\pi$
 2.10. $y = x^2 - 6x, x = 0$
 2.11. $y = x^2 - 4x + 5, y = x + 5$
 2.12.

3. Для заданной функции найти первообразную, проходящую через указанную точку:

3.1. $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}, (0; 1)$

3.2. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5, (0; 0)$

3.3. $f(x) = 5x + 2, (2; 20)$

3.4. $f(x) = (\cos x - \sin x), (\frac{\pi}{2}; 6)$

3.5. $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}, (\frac{\pi}{4}; 0)$

3.6. $f(x) = (2x + 1)^2, (-3; -1)$

3.7. $f(x) = 4x + \frac{1}{x^2}, (-1; 4)$

3.8. $f(x) = \frac{1}{x^3} - 10x^4 + 3, (1; 5)$

4. Решить задачу:

4.1. Скорость движения тела задана уравнением $v = 6t^2 + 1$. Найти уравнение движения, если за 3 секунды тело прошло путь 60 м.

4.2. Скорость движения тела задана уравнением $v = 3t^2 - 1$. Найти закон движения тела, если в начальный момент времени тело находилось на расстоянии 5 м от начала отсчета.

4.3. Уравнение скорости движущейся точки имеет вид $v = 2t - 3$. Найти закон движения точки, если к моменту начала отсчета она прошла путь 6 м.

4.4. Скорость движения точки задана уравнением $v = t^2 - t + 3$. Найти уравнение движения, если в начальный момент времени она прошла 3 м.

4.5. Тело движется с ускорением $a = t^2 + 1$. Найти закон движения тела, если к моменту времени 1 секунда оно имело скорость 2 м/с и прошла путь 4 м.

4.6. Ускорение движения тела задано уравнением $a = 24t^2 + 6t$. Найти уравнение скорости движения и уравнение движения, если в момент времени 1 с оно имело скорость 8 м/с, а путь 6 м.

4.7. Точка движется прямолинейно с ускорением $a = -6t + 18$. В начальный момент времени $t=0$ с, начальная скорость 24 м/с, расстояние от начала отсчета 15 м. Найдите: а) закон скорости и движения точки, б) значение ускорения, скорости и расстояния в момент времени 2 с.

4.8. Ускорение точки, движущейся прямолинейно выражается законом $a(t) = \frac{3}{2}t + 1$. Найти закон движения и скорости точки, если известно, что к моменту времени 2 с она имела скорость 6 м/с и прошла путь 16 м.

4.9. Скорость точки выражена законом $v(t) = 6t - 8$. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до остановки.

4.10. Ускорение точки, движущейся прямолинейно выражается законом $a(t) = \frac{3}{2}t^2 + t$. Найти закон движения и скорости точки, если известно, что к моменту начала отсчета она имела скорость 2 м/с и прошла путь 10 м.

4.11. Скорость точки выражена законом $v(t) = -t^2 + 4t$. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до остановки.

4.12. Ускорение точки, движущейся прямолинейно выражается законом $a(t) = -6t + 18$. К моменту начала отсчета она имела скорость 24 м/с и прошла путь 15 м. Найти скорость и путь точки через 2 секунды.

4.13. Скорость точки выражена законом $v(t) = -t^2 + 2t$. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до остановки.

4.14.

5. Вычислить определенный интеграл

$$5.1. \int_1^8 \left(\sqrt[3]{x} + 2x - \frac{1}{x^2} \right) dx$$

$$5.2. \int_{-1}^3 \sqrt{3 + 2x} dx$$

$$5.3. \int_1^{27} \left(\sqrt[3]{x} + 2 - \frac{1}{x^2} \right) dx$$

$$5.4. \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{5-4x}}$$

$$5.5. \int_1^4 \left(3\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$5.6. \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{(5-4x)^3}}$$

6. Вычислить неопределенный интеграл методом замены:

$$6.1. \int (6x - 3)^5 dx$$

$$6.2. \int (8 - 7x)^8 dx$$

$$6.3. \int \sqrt{6x - 9} dx$$

$$6.4. \int \frac{3dx}{8x-1}$$

$$6.5. \int \frac{6}{4-3x} dx$$

$$6.6. \int 4x \cdot (2x^2 + 1)^3 dx$$

$$6.7. \int \frac{x}{x^2+5} dx$$

$$6.8. \int \sin(5x - 1) dx$$

$$6.9. \int \cos(7 - 5x) dx$$

$$6.10. \int e^{3x+6} dx$$

$$6.11. \int x \cdot e^{x^2} dx$$

$$6.12. \int x \cdot \sqrt{6x^2 + 9} dx$$

$$6.13. \int 2x \cdot (4x^2 + 2)^5 dx$$

$$6.14. \int \frac{3dx}{2x^2+1}$$

$$6.15. \int \frac{xdx}{(5x^2-7)^6}$$

$$6.16. \int (4x+3)^6 dx$$

$$6.17. \int \sqrt{2-6x} dx$$

$$6.18. \int \frac{dx}{5x+9}$$

$$6.19. \int (x^2-6)^3 \cdot x dx$$

$$6.20. \int \frac{2x}{x^2-1} dx$$

$$6.21. \int \sin(7x-1) dx$$

$$6.22. \int \operatorname{tg}(9x+6) dx$$

$$6.23. \int e^{2-3x} dx$$

$$6.24. \int 4x \cdot \sqrt{x^2-1} dx$$

$$6.25. \int x \cdot (x^2+2)^{-3} dx$$

$$6.26. \int \frac{xdx}{(2-x^2)^2}$$

7. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$7.1. x^2 dx = 3y^2 dy$$

$$7.2. \sqrt{x} dy = \sqrt{y} dx$$

$$7.3. \frac{dy}{\sqrt{x}} = \frac{3dx}{\sqrt{y}}$$

$$7.4. (y+1)dx = (x-1)dy$$

$$7.5. xy dx = (1+x^2)dy$$

$$7.6. y^2 dx + (x-2)dy = 0$$

$$7.7. (1+y^2)dx - \sqrt{x} dy = 0$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям:

$$8.1. y dy = x dx, y(-2) = 4$$

$$8.2. x dy = y dx, y(2) = 6$$

$$8.3. ds = (3t^2 - 2t)dt, s = 4, \text{ при } t = 2$$

$$8.4. \frac{dy}{x^2} = \frac{dx}{y^2}, y = 2, x = 0$$

$$8.5. \frac{dy}{x-1} = \frac{dx}{y-2}, y(0) = 4$$

$$8.6. (1+y)dx = (1-x)dy, y(1) = 1$$

$$8.7. \frac{xdy}{dx} + y = 0, y(-2) = 4$$

$$8.8. \frac{x^2 dy}{dx} + y = 0, y(-1) = 2$$

$$8.9. (1+y^2)dx = (1+x^2)dy, y(-2) = 4$$

$$8.10. \frac{2dy}{dx} \cdot \sqrt{x} = y, y(4) = 1$$

ТЕМА 6: ВЕКТОРЫ НА ПЛОСКОСТИ

1. Даны три точки: $A(1; -1), B(-1; -5), C(4; -3)$. Найти:

1.1 $\overline{AB}, \overline{CA}, \overline{BC}$

1.2 $2\overline{AC} + 3\overline{BA} - \overline{CB}$

1.3 $|\overline{AB}|, |\overline{CB}|$

1.4 $|2\overline{CA} - 3\overline{CB}|$

1.5 Периметр треугольника ABC

1.6 Длину медианы, проведенной к стороне AB

1.7 Все углы треугольника ABC

1.8 Углы между вектором \overline{AB} и осями координат

1.9 Разложение векторов $\overline{AB}, \overline{CA}, \overline{BC}$ в базисе \bar{i}, \bar{j}

1.10 Разложение вектора \overline{AB} по векторам \overline{CA} и \overline{BC}

1.11 Скалярное произведение векторов \overline{CB} и \overline{BA}

2. Даны три точки: $A(7; -10), B(4; -9), C(7; -5)$. Найти:

2.1. $\overline{AB}, \overline{CA}, \overline{BC}$

2.2. $2\overline{AC} + 3\overline{BA} - \overline{CB}$

2.3. $|\overline{AB}|, |\overline{CB}|$

2.4. $|2\overline{CA} - 3\overline{CB}|$

2.5. Периметр треугольника ABC

2.6. Длину медианы, проведенной к стороне AB

2.7. Все углы треугольника ABC